Toets Discrete Structuren—13 maart 2013

De nagekeken toetsen zijn in te zien op kamer Bernoulliborg 366.

Opmerkingen:

- Schrijf netjes en duidelijk, met zwarte of blauwe pen.
- Zet op het eerste blad alle gegevens als naam, etc., en het totaal aantal ingeleverde bladen, en nummer de ingeleverde bladen.
- Lees de opgaven eerst goed door.
- Motiveer uw antwoorden.

1. (10 punten) Geef een lineair bewijs (uitleg per regel/stap over welke verzamelingseigenschap je gebruikt) voor: Gegeven zijn verzamelingen A,B, C uit een universum U, A en B zijn deelverzameling van C, bewijs dat $(A-B)\bigcup(A\bigcup B)\subseteq C$.

2. (10 punten) Zij R een relatie over een verzameling S.

   a) Wanneer noemen we R reflexief?
   b) Wanneer noemen we R symmetrisch?
   c) Wanneer noemen we R antisymmetrisch? ?
   d) Wanneer noemen we R asymmetrisch/ ?
   e) Wanneer noemen we R transitief?

3. (20 punten) Gegeven is de relatie $R=\{(a,b),(a,d),(d,b),(d,c)\}$.

   * a) Is R een functie?
   b) Teken de digraaf van R.
   c) Geef de bijbehorende matrix M_R.
   * d) Bereken de transitieve afsluiting R^∞.
   e) Wat is de kleinste equivalentierelatie die R omvat? ($R^\sim$)

4. (10 punten)

   We hebben een rij getallen s_i gedefinieerd door:

$$s_0=0, s_1=2, s_n=4s_{n-1}-2s_{n-2}$$

   a) Geef de karakteristieke vergelijking voor s.
   b) Los deze vergelijking op en bepaal c_1, c_2 met behulp van s_0 en s_1, zodanig dat je een exacte formule voor s_n krijgt.

5. (10 punten) Gegeven is dat $f(0)=1, f(1)=2$, en $f(k)=2f(k-1)-f(k-2)$ voor $k>=2$. Bewijs met volledige inductie dat $f(n)=n+1$ voor alle $n>=0$).

6. (10 punten)

Gegeven is een relatie R op een verzameling S, die is gegeven door $R = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,f),(b.d),(c.e),(d,f),(e,f)\}$.
a) Teken het Hasse diagram voor deze relatie.
a) Is R een tralie?
b) Is er een kleinste bovengrens van de verzameling $B = b.c$?
c) Wat is de grootste ondergrens van B?